

4. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ НЕЛИНЕЙНЫХ ПРОЦЕССОВ В МЕХАНИКЕ СПЛОШНЫХ СРЕД

Программа 4.1. Построение и изучение новых математических моделей в механике сплошных сред

В Институте гидродинамики им. М. А. Лаврентьева решена задача об отыскании группы симметрии уравнений, описывающих барохронные движения газа, в которых давление зависит только от времени. Доказано, что алгебра симметрии является 18-мерной. Полученные результаты служат источником большого числа точных решений уравнений газовой динамики.

В том же Институте обнаружено образование особенностей в сверхзвуковом пограничном слое при обтекании плоской пластинки, расположенной под нулевым углом атаки к набегающему гиперзвуковому потоку вязкого теплопроводного газа (рис. 1). Выполнен анализ процессов распространения волновых возмущений в сверхзвуковом пограничном слое с самоиндуцированным давлением. Применение нового математического аппарата, основанного на разработанной ранее теории характеристик для систем дифференциальных уравнений

с операторными коэффициентами, позволило найти обобщенные характеристики дискретного и непрерывного спектров основной системы уравнений. Показано, что разрывы производных решения системы уравнений пограничного слоя сосредоточены на обобщенных характеристиках. Установлено, что в процессе эволюции течения амплитуда слабого разрыва может обращаться в бесконечность, что свидетельствует о возможности «опрокидывания» нелинейных волн, распространяющихся в пограничном слое.

В Институте математического моделирования для моделей микроконвекции на основе метода симметрий построены новые классы точных решений, описывающих течения в плоских слоях при различных граничных режимах и наличии поверхности раздела. Выделены подгруппы непрерывных преобразований, относительно которых условия на поверхности раздела остаются инвариантными.

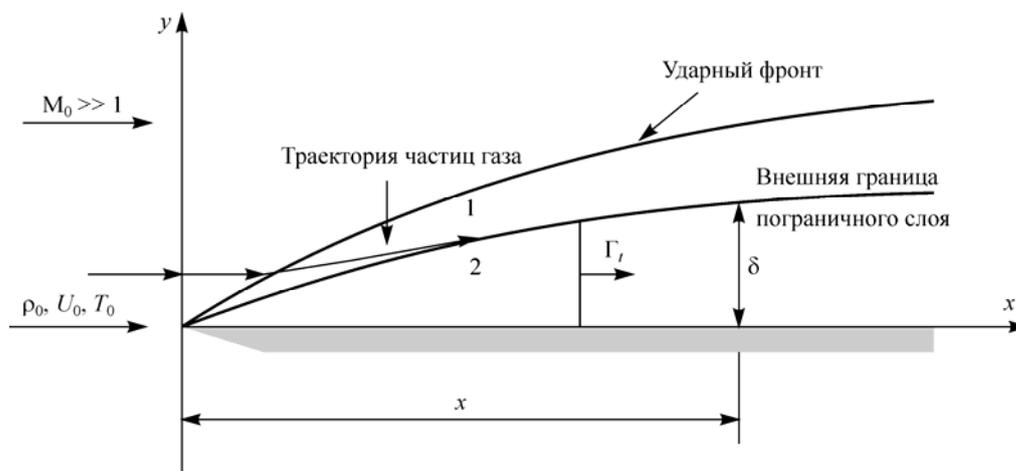


Рис. 1. Обтекание пластины: 1 — область невязкого течения, 2 — пограничный слой, Γ_t — фронт слабого разрыва.

Fig. 1. Flow along the plate: 1 — field of inviscid flow, 2 — a boundary layer, Γ_t — front of a feeble gap.

Изучена устойчивость как равновесных конфигураций, так и стационарных течений. Установлено, что в отличие от классической модели Обербека—Буссинеска возмущения не являются монотонными, а спектр линеаризованной задачи аппроксимирует соответствующие

спектры задач известных моделей при малом числе Буссинеска. Обнаружены новые механизмы неустойчивости, связанные со слабой сжимаемостью жидкости. Построены нейтральные кривые чисел Марангони для расплава кремния.

Программа 4.2. Нелинейная волновая динамика и турбулентность в газожидкостных системах

В Институте теплофизики им. С. С. Кутателадзе в результате численных и аналитических исследований по стохастической динамике вихревых нитей в рамках ланжевеновского подхода впервые показано, что в неравновесном случае вихревой клубок индуцирует 3D случайное поле скоростей с колмогоровским спектром. Пример хаотической динамики вихревых нитей представлен на рис. 2. При случайных воздействиях типа белого шума динамика системы описывается уравнением Фоккера—Планка. Установлено, что распределение Гиббса является его решением, откуда следует, что система приводится к термодинамическому равновесию. Таким образом, продемонстрировано, что ланжевеновский подход является многообещающим методом для изучения турбулентности и хаотизации вихревых структур.

В том же Институте создана новая уникальная экспериментальная физическая уста-

новка для изучения волновых процессов в горизонтальном слое тяжелой жидкости, возбуждаемых сильным переменным электрическим полем. В установке реализованы методы полевой диагностики и оптической обработки информации, а также методы локальной лазерной доплеровской анемометрии. Проведены серии экспериментов для различных толщин слоев диэлектрика и различных частот возбуждающего электрического поля. Разработаны методики получения волновых теннеграмм, обеспечивающие получение воспроизводимых результатов. Впервые получены динамические картины квазикристаллических волновых полей для случая возбуждения линейных, круговых и гексагонально-растровых волн на поверхности дистиллированной воды (рис. 3) при повышении напряженности электрического поля вплоть до пробоя.

Впервые построена полная линейная теория стоячих поверхностных волн на границе раздела жидкий диэлектрик—воздух, возбуждаемых переменным электрическим полем. Показано, что задача сводится к системе двух интегро-дифференциальных уравнений. Найдено, что решения этой системы уравнений имеют свойства, которые присущи решению уравнения Матье, и в системе имеет место параметрический резонанс. На основе общей теории рассмотрены предельные случаи малых и больших вязкостей. Установлено, что в случае малых вязкостей система должна описываться обыкновенными дифференциальными уравнениями в дробных производных. Получены количественные решения этой задачи для условий, реализуемых в экспериментальной установке. Показано хорошее количественное совпадение предсказаний теории и опытных данных.

В том же Институте разработан новый метод коррекции экспериментальных данных,

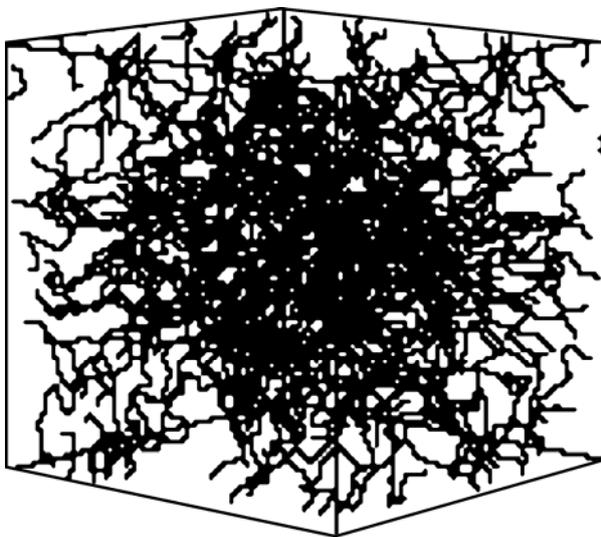


Рис. 2. Образец хаотической динамики вихревых нитей.

Fig. 2. The sample of chaotic dynamics of vortex filaments.

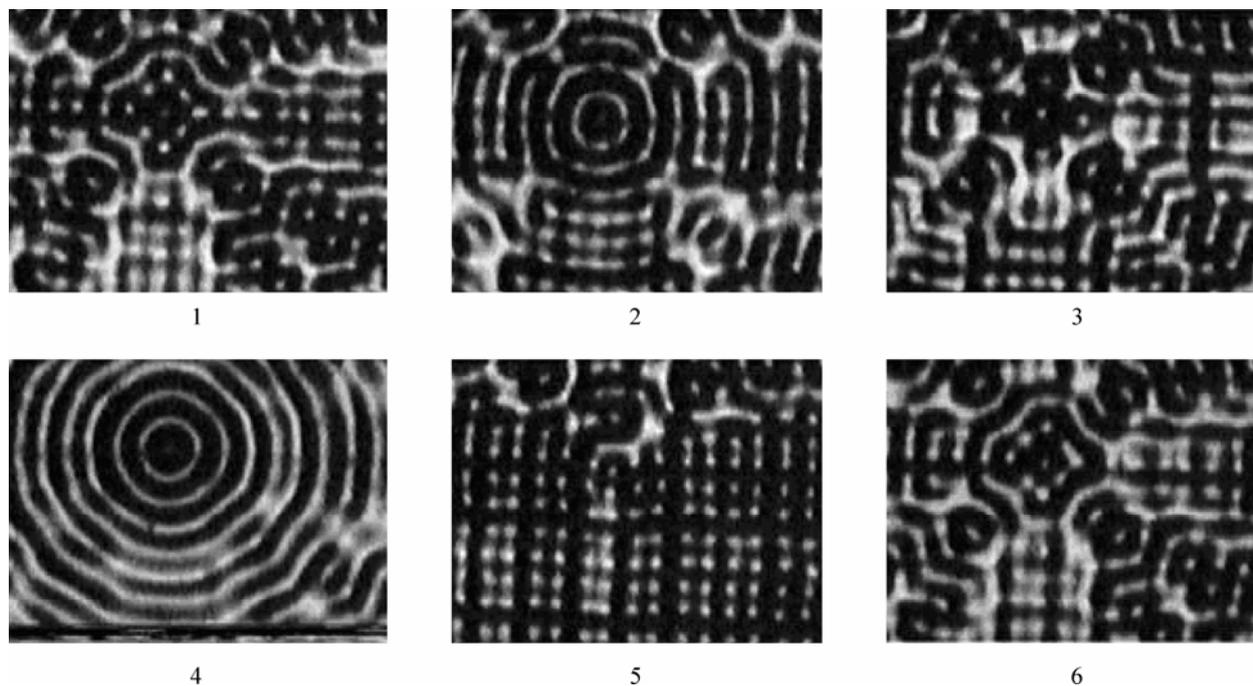


Рис. 3. Тенеграммы волновой картины на поверхности жидкого диэлектрика, возбужденного переменным электрическим полем.

Fig. 3. Shadowgrams of the wave picture on a liquid dielectric surface excited by an alternating electric field.

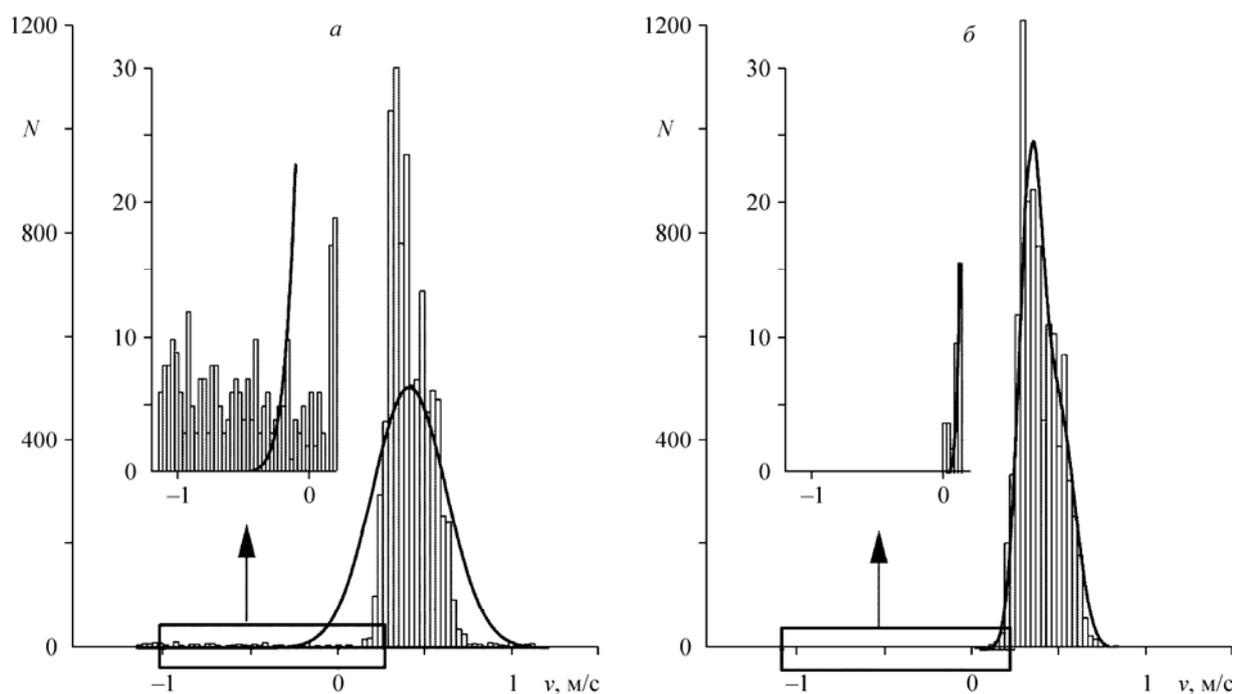


Рис. 4. Функция плотности вероятности турбулентных пульсаций и ее коррекция.

Fig. 4. Probability Density Function of turbulent pulsation and its correction.

получаемых при диагностике турбулентных течений. В основе метода статистической фильтрации лежит построение базисной функции (распределения функции плотности вероятности — ФПВ) с экспоненциальным затуханием на хвостах. Эта функция должна учитывать физические свойства исследуемого течения и качественно отражать его статистическую структуру. На первом шаге алгоритма фильтрации в качестве базовой функции рассматривается гауссово распределение. В случае, когда распределение сильно отличается от гауссова, определяющее влияние на вид базовой функции оказывают длинноволновые вихревые образования. При этом на втором шаге используется распределение с экспоненциально затухающими хвостами, учитывающее асимметрию исследуемого ансамбля.

ФПВ турбулентных пульсаций компоненты скорости представляются в виде суперпозиции двух независимых распределений: для инерционного интервала турбулентного спектра $P_b(u)$ и длинноволновой области спектра $P_c(v)$, где u и v — вертикальные пульсации скорости для инерционного интервала и вертикальная компонента поля скорости крупно-

масштабных когерентных структур соответственно. Далее в процессе сопоставления экспериментально измеренной ФПВ с модельной с использованием эмпирически определенного порога векторы скорости, не удовлетворяющие этому критерию, признаются ошибочными и подлежат фильтрации. Пример экспериментально измеренной ФПВ турбулентных пульсаций до применения процедуры статистической фильтрации приведен на рис. 4, а, после применения фильтрации — на рис. 4, б.

Предложенный метод фильтрации позволяет с высокой точностью измерять высшие статистические моменты ансамбля турбулентных флуктуаций, в которые некорректно измеренные мгновенные значения высокой амплитуды могут вносить существенную погрешность. Метод применен для диагностики ряда турбулентных течений, в частности, при анализе ансамбля мгновенных полей скорости в импактной струе, измеренных методом PIV. Предложенная процедура фильтрации впервые позволила корректно измерить при помощи метода PIV пространственные распределения высших (третий и выше) статистических моментов.

Программа 4.3. Гидродинамика жидкости со свободными границами

В Институте гидродинамики им. М. А. Лаврентьева выполнены исследования нестационарного поведения плавающих упругих пластин под действием внешней нагрузки, которые являются актуальными в связи с созданием плавучих платформ больших размеров. При математическом моделировании такие платформы часто заменяются тонкими упругими пластинами. При этом жидкость предполагается идеальной и несжимаемой, а течение жидкости — потенциальным. Впервые рассмотрено воздействие периодической нагрузки, вызванной как внешним давлением, так и колебаниями участка дна. В плоском случае для балочной пластины исследованы случаи конечной и бесконечной глубины жидкости с использованием различных методов (метод Винера—Хопфа, разложение по вертикальным модам, метод нормальных мод). В пространственном случае изучено поведение круглой пластины, плавающей на поверхности жидко-

сти конечной глубины, и пластины произвольной формы, плавающей на мелководье. Показано, что все характеристики течения являются немонотонными функциями частоты и имеют экстремумы на частотах, соответствующих частотам рассеяния, которые определяются формой пластины и глубиной жидкости. Удлиненная прямоугольная пластина, плавающая на мелководье, может обладать волновыми свойствами при ненулевом осадке, так же как и плавающая упругая полоса бесконечной длины.

Действие нестационарной нагрузки общего вида исследовано для балочной пластины в предельных случаях мелкой и бесконечно глубокой воды, а для круглой пластины — в случае мелкой воды. Исследовано поведение пластины при различных нагрузках с учетом и без учета инерционности груза. Сопоставление решений для весомой и невесомой жидкостей показало, что при исследовании кратковре-

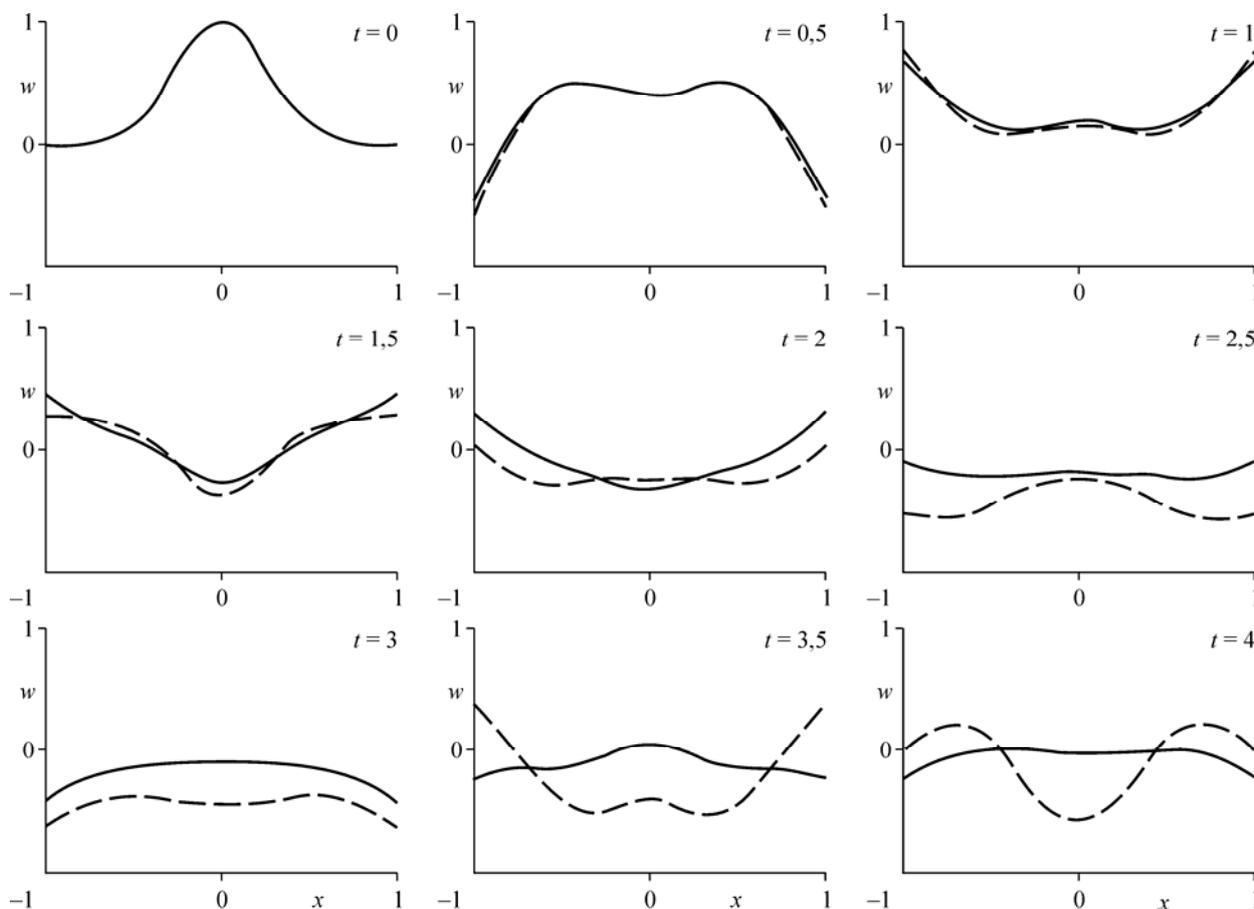


Рис. 5. Эволюция прогибов $w(x, t)$ плавающей упругой пластины, вызванных ее начальной деформацией для тяжелой (—) и невесомой (- - -) жидкостей, где x и t — безразмерные значения продольной координаты и времени.

Fig. 5. The evolution of a deflections $w(x, t)$ of the elastic floating plate induced by its initial displacement for heavy (—) and weightless (- - -) fluid, where x and t are the dimensionless values of the longitudinal coordinate and the time.

менного внешнего воздействия на плавающее упругое тело возможно использование приближения невесомой жидкости только на малых временах, пока не начался процесс волнообразования (рис. 5).

В том же Институте с использованием аналитической теории линейных дифференциальных уравнений построено решение краевой задачи об установившейся фильтрации в кайме пресных грунтовых вод над покоящимися солеными водами с периодически расположенным горизонтальным трубчатым стоком при равномерной инфильтрации на свободную поверхность каймы в виде зависимостей комплексного потенциала течения и координат точек области фильтрации от вспомогательной комплексной переменной.

В том же Институте предложен метод, позволяющий получать внутренние асимптоти-

ческие разложения разностного решения в окрестности фронта ударной волны для обобщенных решений гиперболических систем законов сохранения (в частности, уравнений газовой динамики и мелкой воды). В основе данного метода лежит понятие определяющего коэффициента асимптотического разложения, при помощи которого строится неклассическое дифференциальное приближение разностной схемы. Асимптотические разложения разностного решения построены для явных двухслойных по времени схем с искусственной вязкостью и дисперсией, а также для симметричной компактной разностной схемы с искусственными вязкостями второго и четвертого порядков дивергентности. Показано, что первые приближения построенных разложений достаточно точно передают структуру разностного решения на фронте ударной волны (рис. 6).

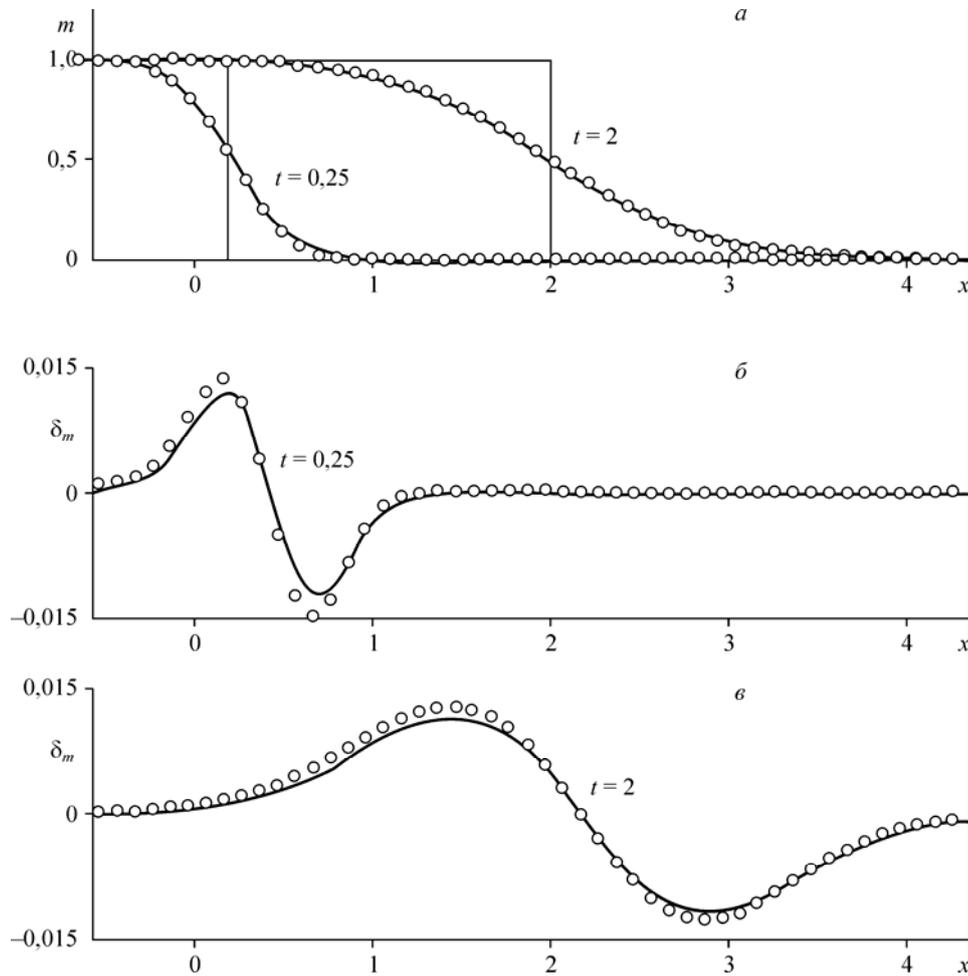


Рис. 6. Сравнение нулевого приближения (а) и первого приближения (б, в) асимптотического разложения (сплошные линии) с разностным решением (кружки) для разностной схемы с линейной искусственной вязкостью.

Fig. 6. Matching of a zero approximation (a) and the first approximation (b, c) asymptotic expansions (solid lines) with a difference solution (circle) for the difference scheme with linear artificial viscosity.